

テーマ	円周率 を求める				
概要	コンピュータの乱数の機能を活用して、モンテカルロ法による円周率 の近似値を Excel の簡単な関数により、シミュレーションをして求めてみる。				
ねらい	モンテカルロ法の手法により乱数の応用を理解して、表計算ソフトの簡単な関数により円周率 を計算することを体験する。				
関連する主な科目・項目	情報 B 「モデル化とシミュレーション」	難易度	易 普・難	想定時間数	約 2 時間
準備するもの	Excel	作成者	居 波 裕		

1 学習の展開

(1) 導入

私たちは円周率 については円に関する計算でよく使いますし、普段は 3.14 の近似値で計算をすることが多いのですが、円周率 は小数点以下ずっと続くことも知られているなじみのある数値です。この円周率 の値をモンテカルロ法という手法で簡単にコンピュータで計算（シミュレーション）できるので紹介します。

(2) モンテカルロ法とは

モンテカルロ法とは、乱数(不規則な数値)を十分に与えて、事象を確率的に解析する手法です。この手法を用いて、私たちがよく使う円周率 の近似値を求めることができます。

モンテカルロ法による円周率 の求め方は、2つの乱数(x座標、y座標)を発生させ、不規則に図のような正方形の内に点を置いたときに、円の内部にある点の割合から円の面積を求めます。

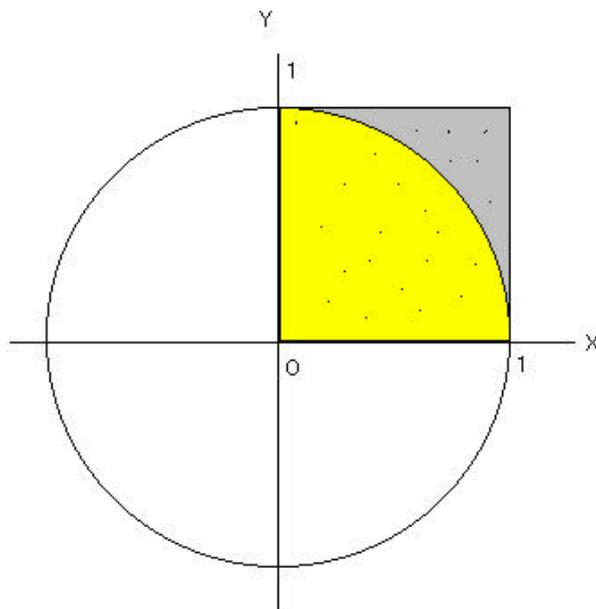
すなわち半径 1 の円の 1/4 を、一辺の長さが 1 の正方形の内に置きます。円の面積は $\pi/4$ になります。その正方形の内にたくさんの不規則な点を置き、
(円の内部にある点の数 m)

$$\div (\text{全部の点の数 } n)$$

を円の面積と考えます。円の内部にある点かどうかは、円の内部の領域を表す不等式 $(x^2 + y^2 < 1)$ を満たすかどうかで判断します。

したがって、 $\pi/4 = m/n$ より、

$$\pi = 4m/n \text{ で円周率が求められます。}$$



(3) Excelでシミュレーションしてみよう

Excelの近似きわめて簡単な関数を使って、円周率を求めるシミュレーションをしてみよう。まず乱数を2つ(x座標、y座標)発生させます。この2つの乱数でひとつの点の座標を作ります。乱数の関数は=RAND() (0から1までの不規則な数を発生させる関数)です。

次にこの点が円の内部にあれば1、円の外部であれば0の値とします。=IF(x^2+y^2<1,1,0)の関数をセルに埋めます。

次に今作った1行を下にコピーします。サンプル数が多いほどよい結果が出ますので、なるべく多くコピーしてサンプルを増やしましょう。

そして、サンプルの数nを数えて(=COUNTの関数でセルの数を数えます)、円の内部にあるサンプルの数mを数えて(=SUMの関数で円の内部にあったときの1の合計をします)、4m/nの計算をします。

再計算するたびに、違った乱数が発生されますので、何度もシミュレーションできます。

モンテカルロ法による円周率の計算					
サンプル	x座標	y座標	x ² +y ² の値	x ² +y ² <1を満たせば1	
1	0.770455	0.849743	1.315664	0	
2	0.539759	0.184213	0.325274	1	
3	0.37095	0.312134	0.235032	1	
4	0.682584	0.87287	1.227824	0	
5	0.670724	0.396391	0.606997	1	
6	0.170067	0.440537	0.222996	1	
7	0.724715	0.637217	0.931257	1	
8	0.318361	0.837823	0.803302	1	
9	0.472351	0.169282	0.251772	1	
10	0.728095	0.83111	1.220865	0	
11	0.538519	0.009611	0.290095	1	
12	0.604004	0.134633	0.382947	1	
13	0.444464	0.292219	0.28294	1	
14	0.090543	0.435399	0.197771	1	
15	0.267386	0.20884	0.11511	1	
16	0.231535	0.115701	0.066995	1	
17	0.511742	0.029141	0.262729	1	
18	0.402941	0.492016	0.404441	1	
19	0.301494	0.180634	0.123527	1	
20	0.218998	0.99444	1.036872	0	
21	0.610626	0.170794	0.402035	1	
22	0.577485	0.69174	0.811993	1	
23	0.791145	0.048967	0.628309	1	
24	0.115471	0.252781	0.077232	1	
25	0.774953	0.024083	0.601132	1	
26	0.729624	0.853405	1.260653	0	
	=RAND()	=RAND()	=B30^2+C30^2	=IF(B30^2+C30^2<1,1,0)	このような関数が埋め込まれています
			円の内部	21	円周率
			サンプル数	26	3.230769

上のシミュレーションの例はきわめてサンプル数が少ないですが、サンプル数が増えれば多いほど実際の円周率に近い値になります。

2 参考

円周率 に関する研究は、色々な研究機関でされています。現在スーパーコンピュータを使って小数点以下の値を、日夜計算を続けているようです。

インターネットのホームページでも色々調べられるので参考にして下さい。

<http://www1.coralnet.or.jp/kusuto/PI/index.html>

の部屋

<http://hp.vector.co.jp/authors/VA014765/pi/index.html>

のページ